



# Napredne tehnike kriptografije

Stefan Crnojević

Matematički fakultet  
NEDELJA INFORMATIKE<sup>3</sup>

15. decembar 2016.

# Uvod

Pregled prezentacije



▶ **Uvod**

▶ **Zajedničko računanje**

Pauza

▶ **Kriptovalute (Bitcoin)**

▶ **Reference**

Uvod

## Predznanje



- Simetrična kriptografija (sigurni kanal)
  - Asimetrična kriptografija (RSA)
  - Kriptografske jednosmerne heš funkcije

Uvod

## Predznanje



- ➡ Simetrična kriptografija (sigurni kanal)
  - ➡ Asimetrična kriptografija (RSA)
  - ➡ Kriptografske jednosmerne heš funkcije
  - ➡ **Protokol nesvesnog prenosa**

Uvod

## Nesvestan prenos



en.: *Oblivious transfer*

Problem: Alisa ima dve vrednosti,  $W_0$  i  $W_1$ . Kako Bob da sazna **jednu** od tih vrednosti (njegov izbor) a da **Alisa ne zna koju?**

Uvod

## Nesvestan prenos



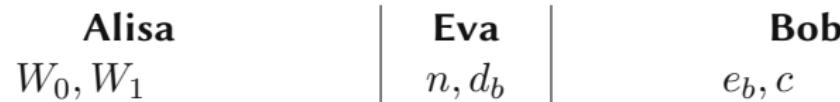
en.: *Oblivious transfer*

Problem: Alisa ima dve vrednosti,  $W_0$  i  $W_1$ . Kako Bob da sazna **jednu** od tih vrednosti (njegov izbor) a da **Alisa ne zna koju?**

Zašto bi ovo ikad ikome trebalo? (Saznaćemo - za sada vežbamo vijuge)

## 1-od-2 Nesvestan prenos

## Kriptografski protokol



## 1-od-2 Nesvestan prenos

## Kriptografski protokol



<b>Alisa</b>	<b>Eva</b>	<b>Bob</b>
$W_0, W_1$	$n, d_b$	$e_b, c$
$x_0, x_1 \xleftarrow{U} \{0, 1\}^n$		$r \xleftarrow{U} \{0, 1\}^n$

## 1-od-2 Nesvestan prenos

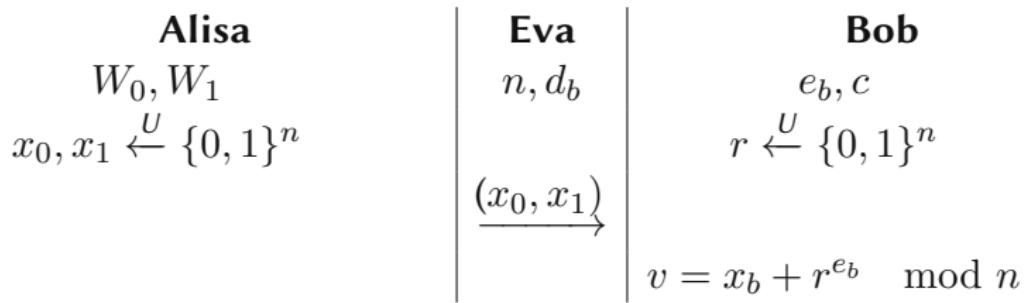
## Kriptografski protokol



<b>Alisa</b>	<b>Eva</b>	<b>Bob</b>
$W_0, W_1$ $x_0, x_1 \xleftarrow{U} \{0, 1\}^n$	$n, d_b$ $\xrightarrow{\hspace{1cm}} (x_0, x_1)$	$e_b, c$ $r \xleftarrow{U} \{0, 1\}^n$

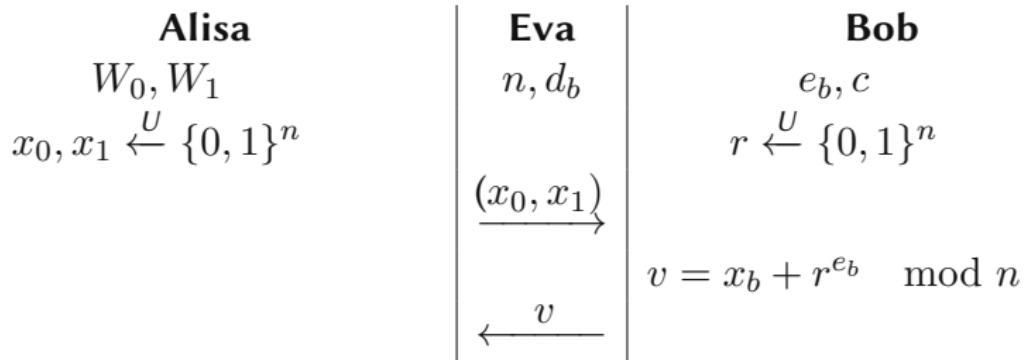
## 1-od-2 Nesvestan prenos

## Kriptografski protokol



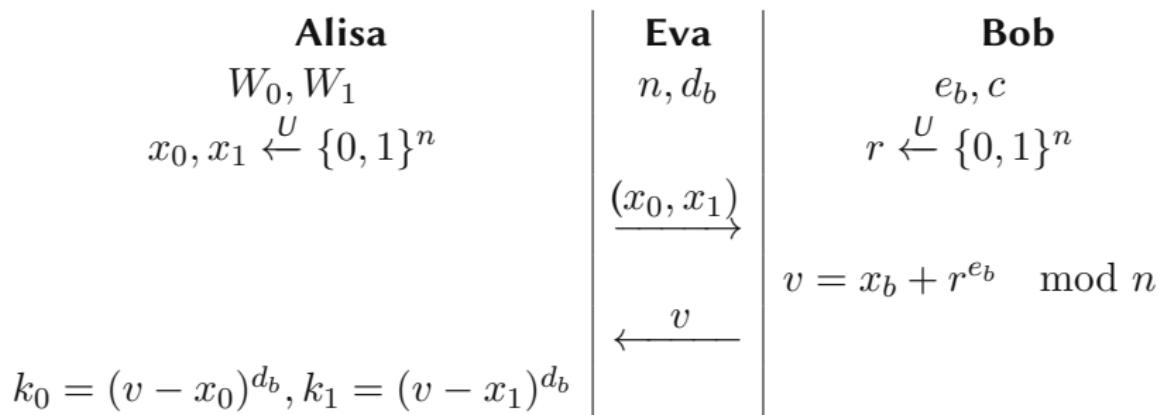
## 1-od-2 Nesvestan prenos

## Kriptografski protokol



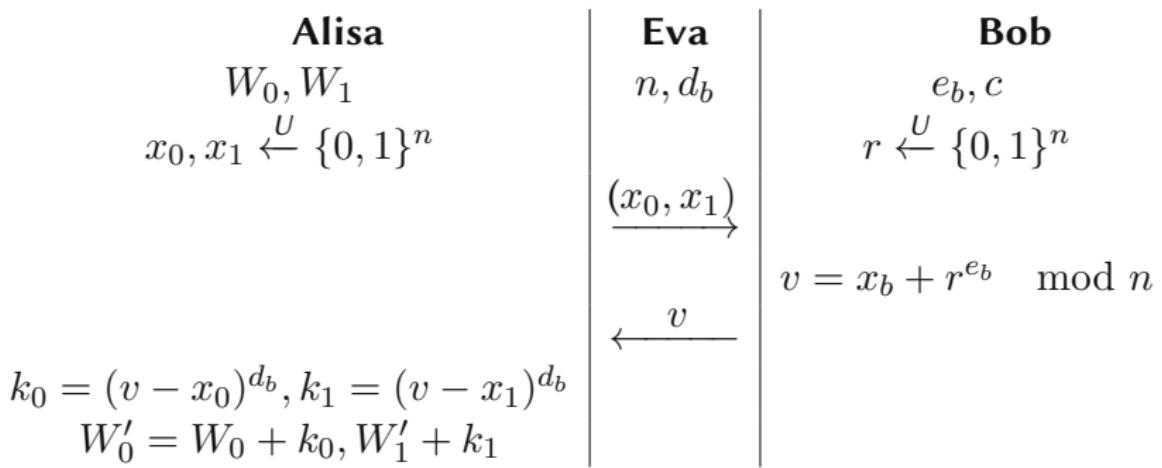
## 1-od-2 Nesvestan prenos

## Kriptografski protokol



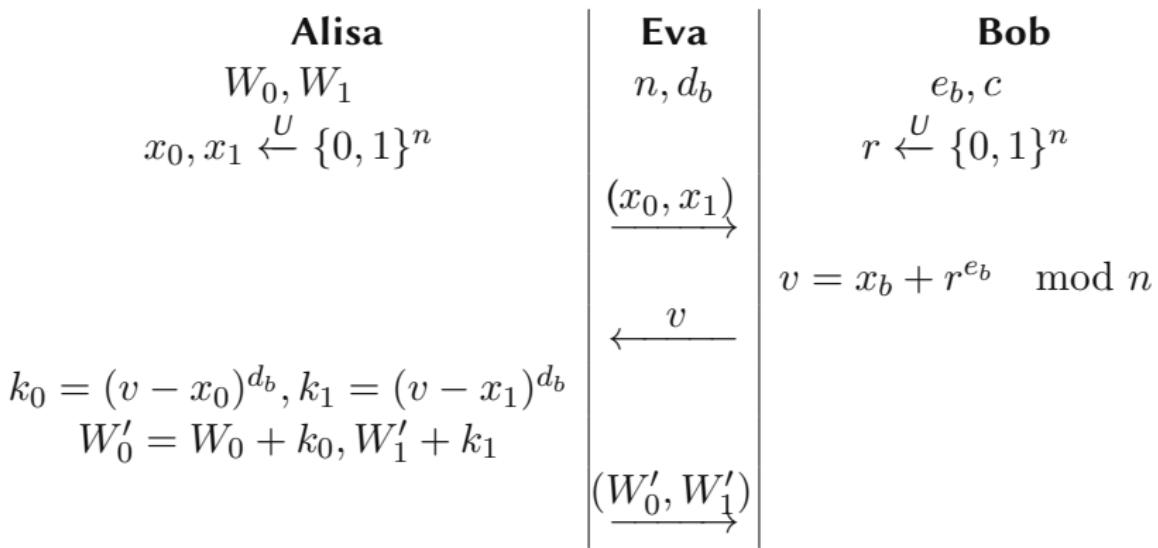
## 1-od-2 Nesvestan prenos

## Kriptografski protokol



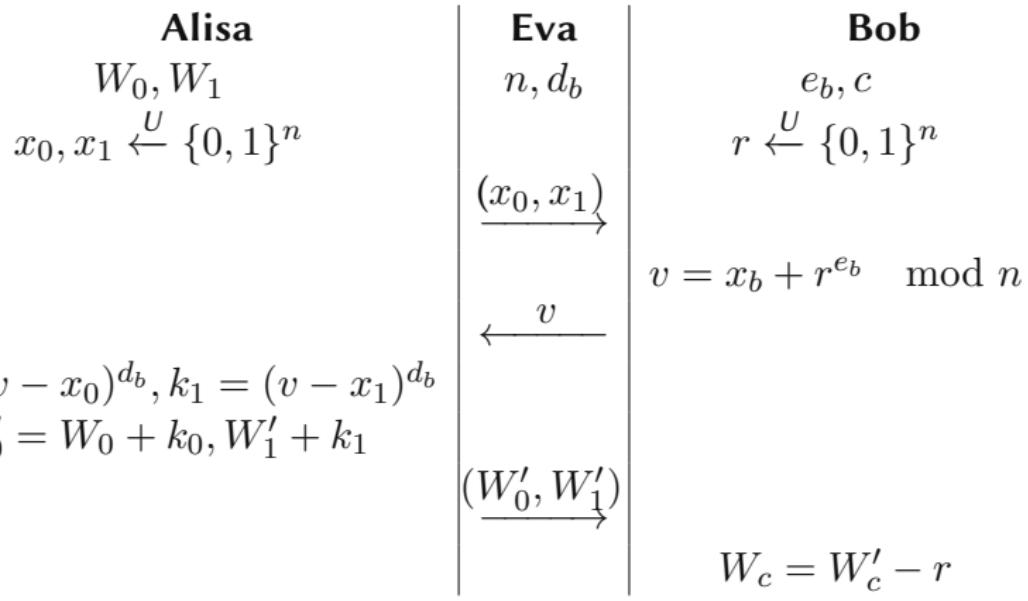
## **1-od-2 Nesvestan prenos**

## Kriptografski protokol



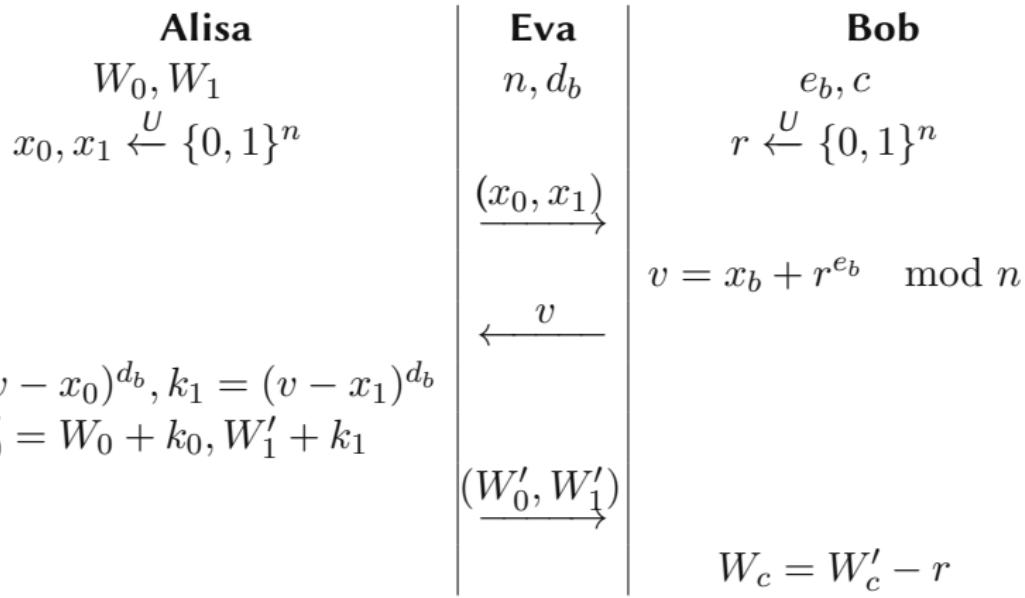
## **1-od-2 Nesvestan prenos**

## Kriptografski protokol



## **1-od-2 Nesvestan prenos**

## Kriptografski protokol



Razmislite kako se ovo može generalizovati! (npr **1-od-4**)

# Zajedničko računanje

Pregled



Osobine ovakve šeme:

- ▶ Učestvuje dve ili više stranki, svaka sa svojim ulazom  $A_i$ .

# Zajedničko računanje

Pregled



Osobine ovakve šeme:

- ▶ Učestvuje dve ili više stranki, svaka sa svojim ulazom  $A_i$ .
- ▶ Na kraju protokola, stranke su došle do vrednosti koja je jednaka  $f(A)$ .

# Zajedničko računanje

Pregled



Osobine ovakve šeme:

- Učestvuje dve ili više stranki, svaka sa svojim ulazom  $A_i$ .
- Na kraju protokola, stranke su došle do vrednosti koja je jednaka  $f(A)$ .
- Na kraju protokola, ni jedna stranka ne zna tuđ ulaz.

## Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

## Pregled



- Radi za **proizvoljan broj stranaka** (ovde 2), svaka sa proizvoljnim ulazom  $A_i$ .
  - Radi za **proizvoljnu funkciju  $f(A)$  proizvoljne dužine ulaza.**
  - Na kraju protokola, ni jedna stranka ne zna ni o čijem ulazu više nego što je znala na početku.

## Napomena

Svake dve partije imaju sopstven kanal komunikacije.

## Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

## Pojam u dela



Udeo (*share*) je element niza vrednosti koji poseduje jedan učesnik, takav da rezultat XOR operacije nad svim udelima je deljena vrednost.

## Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

## Pojam u dela



Udeo (*share*) je element niza vrednosti koji poseduje jedan učesnik, takav da rezultat XOR operacije nad svim udelima je deljena vrednost.

$$S_1^A \oplus S_2^A \oplus S_3^A = A$$

Rekurzija: Šta ako imamo ideo u dela? A ideo u dela u dela...?

## Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

## Pojam u dela



Udeo (*share*) je element niza vrednosti koji poseduje jedan učesnik, takav da rezultat XOR operacije nad svim udelima je deljena vrednost.

$$S_1^A \oplus S_2^A \oplus S_3^A = A$$

Rekurzija: Šta ako imamo udeo u dela? A udeo u dela u dela...?  
Isto!

$$\underbrace{(S_1^{S_1} \oplus S_2^{S_1} \oplus S_3^{S_1})}_{S1} \oplus S_2^A \oplus S_3^A$$

## Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

## Pojam u dela



Udeo (*share*) je element niza vrednosti koji poseduje jedan učesnik, takav da rezultat XOR operacije nad svim udelima je deljena vrednost.

$$S_1^A \oplus S_2^A \oplus S_3^A = A$$

Rekurzija: Šta ako imamo udeo u dela? A udeo u dela u dela...?  
Isto!

$$\underbrace{(S_1^{S_1} \oplus S_2^{S_1} \oplus S_3^{S_1})}_{S1} \oplus S_2^A \oplus S_3^A = A$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Osnovna ideja



Kako izračunati bilo koju funkciju sa bilo koliko učesnika (ulaza), tako da ni jedan učesnik ne sazna vrednost tuđih ulaza?

**Svaki od učesnika ima 1 bit kao ulaz. Svaka funkcija se može predstaviti kao niz AND i XOR logičkih operacija.**

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Osnovna ideja



Kako izračunati bilo koju funkciju sa bilo koliko učesnika (ulaza), tako da ni jedan učesnik ne sazna vrednost tuđih ulaza?

**Svaki od učesnika ima 1 bit kao ulaz. Svaka funkcija se može predstaviti kao niz AND i XOR logičkih operacija.**

- Svaki učesnik neka da svakom drugom učesniku udeo svog ulaza.

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Osnovna ideja



Kako izračunati bilo koju funkciju sa bilo koliko učesnika (ulaza), tako da ni jedan učesnik ne sazna vrednost tuđih ulaza?

**Svaki od učesnika ima 1 bit kao ulaz. Svaka funkcija se može predstaviti kao niz AND i XOR logičkih operacija.**

- ▶ Svaki učesnik neka da svakom drugom učesniku udeo svog ulaza.
- ▶ Ako je sledeća operacija XOR, promeniti svaki udeo tako da postanu udeli rezultata XOR funkcije.

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Osnovna ideja



Kako izračunati bilo koju funkciju sa bilo koliko učesnika (ulaza), tako da ni jedan učesnik ne sazna vrednost tuđih ulaza?

**Svaki od učesnika ima 1 bit kao ulaz. Svaka funkcija se može predstaviti kao niz AND i XOR logičkih operacija.**

- Svaki učesnik neka da svakom drugom učesniku ideo svog ulaza.
- Ako je sledeća operacija XOR, promeniti svaki ideo tako da postanu udeli rezultata XOR funkcije.
- Ako je sledeća operacija AND, promeniti svaki ideo tako da postanu udeli rezultata AND funkcije.

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Osnovna ideja



Kako izračunati bilo koju funkciju sa bilo koliko učesnika (ulaza), tako da ni jedan učesnik ne sazna vrednost tuđih ulaza?

**Svaki od učesnika ima 1 bit kao ulaz. Svaka funkcija se može predstaviti kao niz AND i XOR logičkih operacija.**

- ☒ Svaki učesnik neka da svakom drugom učesniku udeo svog ulaza.
- ☒ Ako je sledeća operacija XOR, promeniti svaki ideo tako da postanu udeli rezultata XOR funkcije.
- ☒ Ako je sledeća operacija AND, promeniti svaki ideo tako da postanu udeli rezultata AND funkcije.
- ☒ Uraditi tako za celo drvo. Na kraju će svi imati ideo rezultata funkcije

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Osnovna ideja



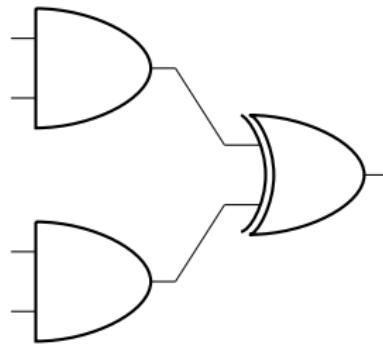
Kako izračunati bilo koju funkciju sa bilo koliko učesnika (ulaza), tako da ni jedan učesnik ne sazna vrednost tuđih ulaza?

**Svaki od učesnika ima 1 bit kao ulaz. Svaka funkcija se može predstaviti kao niz AND i XOR logičkih operacija.**

- ☒ Svaki učesnik neka da svakom drugom učesniku ideo svog ulaza.
- ☒ Ako je sledeća operacija XOR, promeniti svaki ideo tako da postanu udeli rezultata XOR funkcije.
- ☒ Ako je sledeća operacija AND, promeniti svaki ideo tako da postanu udeli rezultata AND funkcije.
- ☒ Uraditi tako za celo drvo. Na kraju će svi imati ideo rezultata funkcije
- ☒ Udeli se sabiraju i rezultat se objavljuje

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Primer



(ovo stvarno moram na tabli)

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

XOR operacija



	A	B	$\oplus$
A	$S_A^A$	$S_B^A$	$S_A^A \oplus S_B^A = A$
B	$S_A^B$	$S_B^B$	$S_A^B \oplus S_B^B = B$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

XOR operacija



	A	B	$\oplus$
A	$S_A^A$	$S_B^A$	$S_A^A \oplus S_B^A$
B	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$
	$S_A^B$	$S_B^B$	$S_A^B \oplus S_B^B$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

XOR operacija



	A	B	$\oplus$
A	$S_A^A$	$S_B^A$	$S_A^A \oplus S_B^A$
$\oplus$		$\oplus$	$\oplus = A \oplus B$
B	$S_A^B$	$S_B^B$	$S_A^B \oplus S_B^B$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



Treba nam skup udela  $C = AB$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



Treba nam skup udela  $C = AB$

$$\begin{aligned} C &= \bigoplus_{i=1}^n S_i^C = A \oplus B \\ &= \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^A \right] \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^B \right] \end{aligned}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



Treba nam skup udela  $C = AB$

$$\begin{aligned} C &= \bigoplus_{i=1}^n S_i^C = A \oplus B \\ &= \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^A \right] \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^B \right] \\ &= \bigoplus_{i,j} (S_i^A S_j^B) \end{aligned}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



Treba nam skup udela  $C = AB$

$$\begin{aligned} C &= \bigoplus_{i=1}^n S_i^C = A \oplus B \\ &= \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^A \right] \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^B \right] \\ &= \bigoplus_{i,j} (S_i^A S_j^B) \\ &= \bigoplus_i (S_i^A S_i^B) \oplus \bigoplus_{i \neq j} (S_i^A S_j^B) \end{aligned}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



Treba nam skup udela  $C = AB$

$$\begin{aligned} C &= \bigoplus_{i=1}^n S_i^C = A \oplus B \\ &= \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^A \right] \left[ \bigoplus_{i=1}^n S_i^B \right] \\ &= \bigoplus_{i,j} (S_i^A S_j^B) \\ &= \bigoplus_i (S_i^A S_i^B) \oplus \bigoplus_{i \neq j} (S_i^A S_j^B) \\ &= \bigoplus_i (S_i^A S_i^B) \oplus \bigoplus_{1 \leq i < j \leq n} (S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B) \end{aligned}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



$$C = \bigoplus_i (S_i^A S_i^B) \oplus \bigoplus_{1 \leq i < j \leq n} (S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B)$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



$$C = \bigoplus_i (S_i^A S_i^B) \oplus \bigoplus_{1 \leq i < j \leq n} (S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B)$$

$$C = \bigoplus_{i=1}^n S_i^C$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



$$C = \bigoplus_i (S_i^A S_i^B) \oplus \bigoplus_{1 \leq i < j \leq n} (S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B)$$

$$C = \bigoplus_{i=1}^n S_i^C$$

$$S_i^C = S_i^A S_i^B \oplus \bigoplus_{i \neq j} S_i^{S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



$$S_i^C = S_i^A S_i^B \oplus \bigoplus_{i \neq j} S_i^{S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



$$S_i^C = \underbrace{S_i^A S_i^B}_{\text{Samostalno izračunljiv}} \oplus \bigoplus_{i \neq j} S_i^{S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



$$S_i^C = \underbrace{S_i^A S_i^B}_{\text{Samostalno izračunljiv}} \oplus \underbrace{\bigoplus_{i \neq j} S_i^{S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B}}_{\text{Poseban protokol!}}$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



Stranke  $i$  i  $j$  se dogovaraju o svojim udelima u izrazu

$$S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B, \text{ tj } S_i^* \text{ i } S_j^*$$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



Stranke  $i$  i  $j$  se dogovaraju o svojim udelima u izrazu

$$S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B, \text{ tj } S_i^* \text{ i } S_j^*$$

Postavimo stvar ovako:

$$S_i^* = R_{ij}$$

$$S_j^* = R_{ij} \oplus S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B$$

To je validno zato što je njihov zbir jednak  $S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B$ .

To jest  $S_i^* \oplus S_j^* = *$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$
- Partija  $i$  ima  $R_{ij}$ ,  $S_i^A$  i  $S_i^B$ . Stoga izraz  $S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B \oplus R_{ij}$  ima 4 mogućih vrednosti

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$
- Partija  $i$  ima  $R_{ij}$ ,  $S_i^A$  i  $S_i^B$ . Stoga izraz  $S_i^A \underbrace{S_j^B}_{?} \oplus \underbrace{S_j^A}_{?} S_i^B \oplus R_{ij}$ ima 4 mogućih vrednosti

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$
- Partija  $i$  ima  $R_{ij}$ ,  $S_i^A$  i  $S_i^B$ . Stoga izraz  $S_i^A \underbrace{S_j^B}_{?} \oplus \underbrace{S_j^A}_{?} S_i^B \oplus R_{ij}$ ima 4 mogućih vrednosti
- Partija  $i$  izračuna sve 4 moguće vrednosti i uradi **1-od-4 nesvesni transfer** sa partijom  $j$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- ☒ Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$
- ☒ Partija  $i$  ima  $R_{ij}$ ,  $S_i^A$  i  $S_i^B$ . Stoga izraz  $S_i^A \underbrace{S_j^B}_{?} \oplus \underbrace{S_j^A}_{?} S_i^B \oplus R_{ij}$ ima 4 mogućih vrednosti
- ☒ Partija  $i$  izračuna sve 4 moguće vrednosti i uradi **1-od-4 nesvesni transfer** sa partijom  $j$
- ☒ Partija  $j$  preuzme jednu od 4 vrednosti **na osnovu svoja dva bita**

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- ☒ Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$
- ☒ Partija  $i$  ima  $R_{ij}$ ,  $S_i^A$  i  $S_i^B$ . Stoga izraz  $S_i^A \underbrace{S_j^B}_{?} \oplus \underbrace{S_j^A}_{?} S_i^B \oplus R_{ij}$ ima 4 mogućih vrednosti
- ☒ Partija  $i$  izračuna sve 4 moguće vrednosti i uradi **1-od-4 nesvesni transfer** sa partijom  $j$
- ☒ Partija  $j$  preuzme jednu od 4 vrednosti **na osnovu svoja dva bita**
- ☒ Partija  $j$  ima svoj ideo jednak  $S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B \oplus R_{ij}$

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- ☒ Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$
- ☒ Partija  $i$  ima  $R_{ij}$ ,  $S_i^A$  i  $S_i^B$ . Stoga izraz  $S_i^A \underbrace{S_j^B}_{?} \oplus S_j^A \underbrace{S_i^B}_{?} \oplus R_{ij}$ ima 4 mogućih vrednosti
- ☒ Partija  $i$  izračuna sve 4 moguće vrednosti i uradi **1-od-4 nesvesni transfer** sa partijom  $j$
- ☒ Partija  $j$  preuzme jednu od 4 vrednosti **na osnovu svoja dva bita**
- ☒ Partija  $j$  ima svoj ideo jednak  $S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B \oplus R_{ij}$
- ☒ Partije  $i$  i  $j$  obe imaju svoj ideo

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

AND operacija



- ☒ Partija  $i$  generiše slučajan bit  $R_{ij}$ . Stoga on ima  $S_i^*$
- ☒ Partija  $i$  ima  $R_{ij}$ ,  $S_i^A$  i  $S_i^B$ . Stoga izraz  $S_i^A \underbrace{S_j^B}_{?} \oplus S_j^A \underbrace{S_i^B}_{?} \oplus R_{ij}$ ima 4 mogućih vrednosti
- ☒ Partija  $i$  izračuna sve 4 moguće vrednosti i uradi **1-od-4 nesvesni transfer** sa partijom  $j$
- ☒ Partija  $j$  preuzme jednu od 4 vrednosti **na osnovu svoja dva bita**
- ☒ Partija  $j$  ima svoj ideo jednak  $S_i^A S_j^B \oplus S_j^A S_i^B \oplus R_{ij}$
- ☒ Partije  $i$  i  $j$  obe imaju svoj ideo
- ☒ Partije  $i$  i  $j$  nisu saznale ništa o tuđim ulazima

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Poređenje složenosti



- AND: potrebno jedno samostalno množenje 1-od-4 nesvesni transfer između svakog para  $i, j$  (sporo)

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Poređenje složenosti



- AND: potrebno jedno samostalno množenjei 1-od-4 nesvesni transfer između svakog para  $i, j$  (sporo)
- XOR: samostalno računanje, 1 sabiranje (veoma brzo)

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Poređenje složenosti



- AND: potrebno jedno samostalno množenjei 1-od-4 nesvesni transfer između svakog para  $i, j$  (sporo)
- XOR: samostalno računanje, 1 sabiranje (veoma brzo)
- NOT: potrebno da jedna osoba obrne svoj bit (veoma veoma brzo)

# Goldreich-Micali-Wigderson Protokol

Poređenje složenosti



- AND: potrebno jedno samostalno množenjei 1-od-4 nesvesni transfer između svakog para  $i, j$  (sporo)
- ✗ XOR: samostalno računanje, 1 sabiranje (veoma brzo)
- ✗ NOT: potrebno da jedna osoba obrne svoj bit (veoma veoma brzo)

Još jedan način da uspostavimo ovaj protokol bi bilo da koristimo samo NAND operacije umesto AND i XOR (manje efikasno).

# Primene



**Big Data + Privatnost = Secure Computations**  
(u najboljem slučaju za nas)

# Primene



## **Big Data + Privatnost = Secure Computations** (u najboljem slučaju za nas)

### ▶ Privacy-Preserving Data Mining

# Primene



## **Big Data + Privatnost = Secure Computations** (u najboljem slučaju za nas)

- Privacy-Preserving Data Mining
- Privacy-Preserving Statistical Studies

# Primene



## **Big Data + Privatnost = Secure Computations** (u najboljem slučaju za nas)

- ❑ Privacy-Preserving Data Mining
- ❑ Privacy-Preserving Statistical Studies
- ❑ Financial Data Analysis

# Primene



## Big Data + Privatnost = Secure Computations (u najboljem slučaju za nas)

- ☒ Privacy-Preserving Data Mining
- ☒ Privacy-Preserving Statistical Studies
- ☒ Financial Data Analysis
- ☒ **Internet of Things** Statistical Studies

Pauza! :)

# Kriptovalute

Osnovni problem



**U odsustvu centralne banke, šta može da potkrepi vrednost novca?**

# Kriptovalute

Osnovni problem



**U odsustvu centralne banke, šta može da potkrepi vrednost novca?**

Bitkoin: Demokratija! (ili tako nešto)

# Blockchain

Opis



- ✿ Korisnik slepo veruje samo "većini" mreže (računski najmoćnijem delu) koja gradi **blockchain**.

# Blockchain

Opis



- ✚ Korisnik slepo veruje samo "većini" mreže (računski najmoćnijem delu) koja gradi **blockchain**.
- ✚ Blockchain je dinamična baza podataka koja sadrži **blokove**.

# Blockchain

Opis



- ✚ Korisnik slepo veruje samo "većini" mreže (računski najmoćnijem delu) koja gradi **blockchain**.
- ✚ Blockchain je dinamična baza podataka koja sadrži **blokove**.
- ✚ Bitcoin mreža svakih **10 minuta** generiše nov blok koji sadrži **Merkleov koren** nekog skupa transakacija

# Blockchain

Opis



- ▶ Korisnik slepo veruje samo "većini" mreže (računski najmoćnijem delu) koja gradi **blockchain**.
- ▶ Blockchain je dinamična baza podataka koja sadrži **blokove**.
- ▶ Bitcoin mreža svakih **10 minuta** generiše nov blok koji sadrži **Merkleov koren** nekog skupa transakacija
- ▶ Ako se transakcija nalazi u bloku, ona je **validna**.

# Blockchain

Opis



- ▶ Korisnik slepo veruje samo "većini" mreže (računski najmoćnijem delu) koja gradi **blockchain**.
- ▶ Blockchain je dinamična baza podataka koja sadrži **blokove**.
- ▶ Bitcoin mreža svakih **10 minuta** generiše nov blok koji sadrži **Merkleov koren** nekog skupa transakacija
- ▶ Ako se transakcija nalazi u bloku, ona je **validna**.
- ▶ Svaki blok sadrži i transakciju koja **stvara novac** ni iz čega.

# Blockchain

Opis



- ▶ Korisnik slepo veruje samo "većini" mreže (računski najmoćnijem delu) koja gradi **blockchain**.
- ▶ Blockchain je dinamična baza podataka koja sadrži **blokove**.
- ▶ Bitcoin mreža svakih **10 minuta** generiše nov blok koji sadrži **Merkleov koren** nekog skupa transakacija
- ▶ Ako se transakcija nalazi u bloku, ona je **validna**.
- ▶ Svaki blok sadrži i transakciju koja **stvara novac** ni iz čega.
- ▶ Kada "mreža" dođe do novog bloka, **nema sporu oko toga da li je validan**, i generisanje ulazi u nov krug.

# Transakcija

Opis



- ▶ Transakcija šalje novac sa jedne ili više adresa pozivajući se rekurzivno na **proteklu transakciju**.
- ▶ **Baza rekurzije** je transakcija koja pravi vrednost ni iz čega (jedna u svakom bloku).

## Vizuelizacija

# Transakcija

Dokaz sigurnosti



Kako potvrditi *tačnost* transakcije?

- ▶ Proverimo da li se slaže sa **digitalnim potpisom**, koji se ne može imitirati

# Transakcija

Dokaz sigurnosti

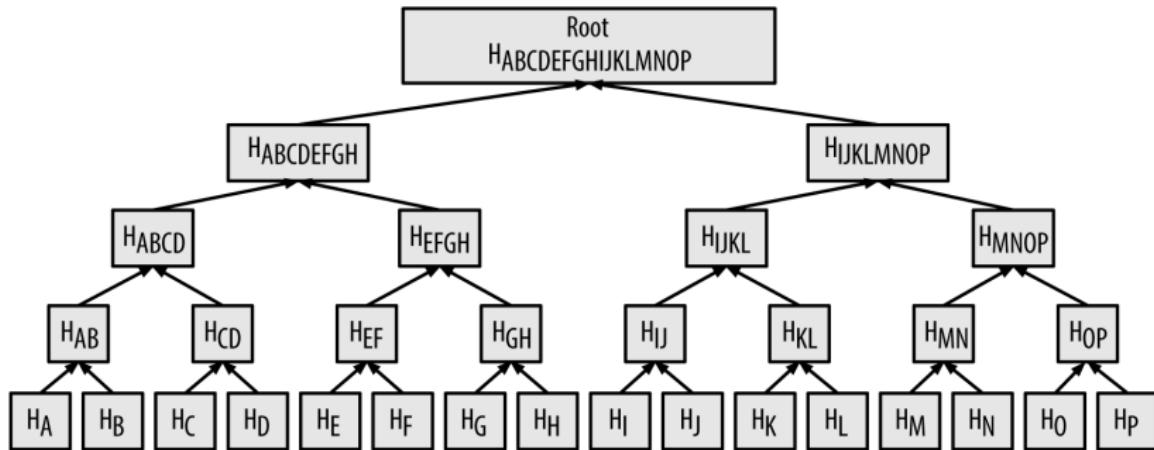


Kako potvrditi *tačnost* transakcije?

- ▶ Proverimo da li se slaže sa **digitalnim potpisom**, koji se ne može imitirati
- ▶ Korisnik može da potpiše transakciju i da ona bude **tačna**, ali da bi bila i **validna** mora biti deo bloka (proveriti)

# Transakcija

## Merkleovo Drvo



# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Kako da efikasno proverimo da li je transakcija **T** validna?  
Validnost = deo je nekog od validnih Merkleovih stabla.

# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Kako da efikasno proverimo da li je transakcija  $T$  validna?

Validnost = deo je nekog od validnih Merkleovih stabla.

## Loše rešenje

Zatražimo od mreže sve transakcije i ponovo izračunamo drvo.

Proverimo da li je dobijen koren zapisan u nekom od blokova.

**Složenost:**  $N \log N$

# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Kako da efikasno proverimo da li je transakcija  $T$  validna?

Validnost = deo je nekog od validnih Merkleovih stabla.

## Loše rešenje

Zatražimo od mreže sve transakcije i ponovo izračunamo drvo.

Proverimo da li je dobijen koren zapisan u nekom od blokova.

**Složenost:**  $N \log N$

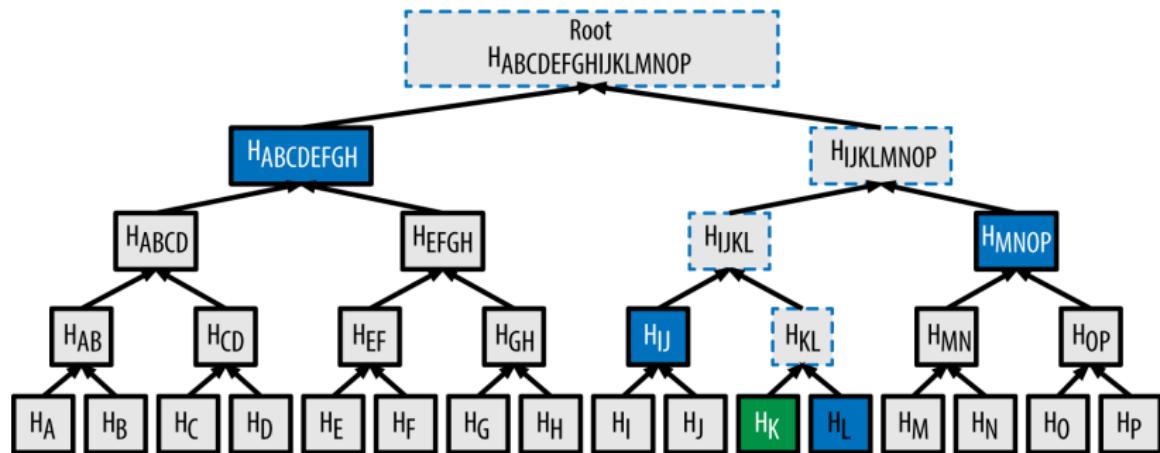
## Dobro rešenje

Zatražimo od mreže  $\log_2 N$  vrednosti na osnovu kojih dolazimo do korena stabla.

**Složenost:**  $\log N$

# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Da li neko iz mreže može da nas prevari (da li može da nas natera da poverujemo da je neka transakcija validna, ako nije)?

# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Da li neko iz mreže može da nas prevari (da li može da nas natera da poverujemo da je neka transakcija validna, ako nije)?

**Ne može!** U slučaju  $N = 16$  morao bi da generiše vrednosti  $x_1, x_2, x_3$  i  $x_4$  takve da:

$$H(H(H(H(x_1, T), x_2), x_3), x_4) = H_{ABCDEFGH}$$

# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Da li neko iz mreže može da nas prevari (da li može da nas natera da poveruje da je neka transakcija validna, ako nije)?

**Ne može!** U slučaju  $N = 16$  morao bi da generiše vrednosti  $x_1, x_2, x_3$  i  $x_4$  takve da:

$$\underbrace{H(H(H(H(x_1, T), x_2), x_3), x_4))}_{\text{Nasumična vrednost}} = \underbrace{H_{ABCDEFGH}}_{\text{Nasumična vrednost}}$$

# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Da li neko iz mreže može da nas prevari (da li može da nas natera da poveruje da je neka transakcija validna, ako nije)?

**Ne može!** U slučaju  $N = 16$  morao bi da generiše vrednosti  $x_1, x_2, x_3$  i  $x_4$  takve da:

$$\underbrace{H(H(H(H(x_1, T), x_2), x_3), x_4))}_{\text{Nasumična vrednost}} = \underbrace{H_{ABCDEFGH}}_{\text{Nasumična vrednost}}$$

$$H(A \xleftarrow{R} \{0, 1\}^{512}) = B \xleftarrow{R} \{0, 1\}^{256}$$

# Provera Transakcije

Dokaz sigurnosti



Da li neko iz mreže može da nas prevari (da li može da nas natera da poveruje da je neka transakcija validna, ako nije)?

**Ne može!** U slučaju  $N = 16$  morao bi da generiše vrednosti  $x_1, x_2, x_3$  i  $x_4$  takve da:

$$\underbrace{H(H(H(H(x_1, T), x_2), x_3), x_4))}_{\text{Nasumična vrednost}} = \underbrace{H_{ABCDEFGH}}_{\text{Nasumična vrednost}}$$

$$H(A \xleftarrow{R} \{0, 1\}^{512}) = B \xleftarrow{R} \{0, 1\}^{256}$$

**Absurd!**  $H$  onda nije sigurna heš funkcija.

# Mining

Opis



**Mining** je problem nalaženja sledećeg bloka.

# Mining

Opis



**Mining** je problem nalaženja sledećeg bloka.

Sadržaj	Veličina [bajtovi]
Verzija	4
Heš prethodnog bloka	32
Merkleov koren X transakcija	32
Timestamp	4
Teškoća generisanja	4
Nonce	4

# Mining

Opis



**Mining** je problem nalaženja sledećeg bloka.

**Sadržaj**

**Veličina [bajtovi]**

Verzija	4	<b>Predvidljivo</b>
Heš prethodnog bloka	32	
Merkleov koren <i>X</i> transakcija	32	
Timestamp	4	
Teškoća generisanja	4	
Nonce	4	

Nema varijacije **Blaga varijacija**

# Mining

Opis



**Mining** je problem nalaženja sledećeg bloka.

## Sadržaj      Veličina [bajtovi]

Verzija	4	}	<b>Predvidljivo</b>
Heš prethodnog bloka	32		
Merkleov koren X transakcija	32		
Timestamp	4		
Teškoća generisanja	4		
Nonce	4		

Nema varijacije **Blaga varijacija** **Obavezna varijacija**

# Mining

C++ Algoritam



Validan blok je onaj čiji heš hedera počinje sa dovoljnim brojem nula.

# Mining

C++ Algoritam



Validan blok je onaj čiji heš hedera počinje sa dovoljnim brojem nula.

$$H(\underbrace{\text{const}, \text{nonce}}_{\text{header}}) \stackrel{?}{=} 0000000000000000XX\dots X_2$$

$$H(\underbrace{\text{const}, \text{nonce}'}_{\text{header}'}) \stackrel{?}{=} 0000000000000000XX\dots X_2$$

$$H(\underbrace{\text{const}, \text{nonce}''}_{\text{header}''}) \stackrel{?}{=} 0000000000000000XX\dots X_2$$

...

# Mining

## BlockCHAIN



### Lančana struktura (blockchain)

- Svaki blok zavisi od prethodnog.

# Mining

## BlockCHAIN



### Lančana struktura (blockchain)

- ➡ Svaki blok zavisi od prethodnog.
- ➡ Znači svaki blok zavisi od svih blokova pre njega.

# Mining

## BlockCHAIN



### Lančana struktura (blockchain)

- Svaki blok zavisi od prethodnog.
- Znači svaki blok zavisi od svih blokova pre njega.
- Ako tražite sledeći blok, vi prihvivate sve blokove pre njega kao ispravne!

# Mining

U praksi



- Za svaki novi nonce, imate **minijaturnu šansu** da generišete validan paket

# Mining

U praksi



- Za svaki novi nonce, imate **minijaturnu šansu** da generišete validan paket
- Teškoća se podešava tako da cela mreža generiše paket svakih **10 minuta** (*scaling*)

# Mining

U praksi



- Za svaki novi nonce, imate **minijaturnu šansu** da generišete validan paket
- Teškoća se podešava tako da cela mreža generiše paket svakih **10 minuta** (*scaling*)
- Kolektivna računska moć Bitcoin mreže je **8000 puta veća** od kolektivne moći najbržih 500 superračunara

# Mining

## Motivacija



- ▶ Prva transakcija stvara vrednost **onome ko je našao blok**

# Mining

## Motivacija



- ▶ Prva transakcija stvara vrednost **onome ko je našao blok**
- ▶ Sve transakcije plaćaju proviziju **onome ko je našao blok**

# Mining

## Motivacija



- ✚ Prva transakcija stvara vrednost **onome ko je našao blok**
- ✚ Sve transakcije plaćaju proviziju **onome ko je našao blok**
- ✚ **Mining guilds** - rešavaju statistički nedostatak balansa

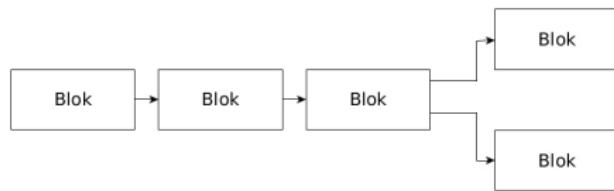
```
while (true)
    // network request
    uint32_t header[20] = get_work();

    // maksimalni hash
    t = f(header[19]);

    while (header[20] < 0xffffffff) {
        if (hash(header) < t)
            // network response
            announce_new_block(header);
        else
            header[20]++;
    }
}
```

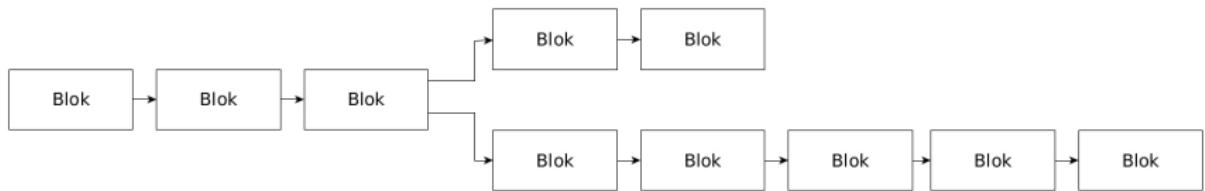
# Problemi

*Orphan Blocks, Soft Forking*



# Problemi

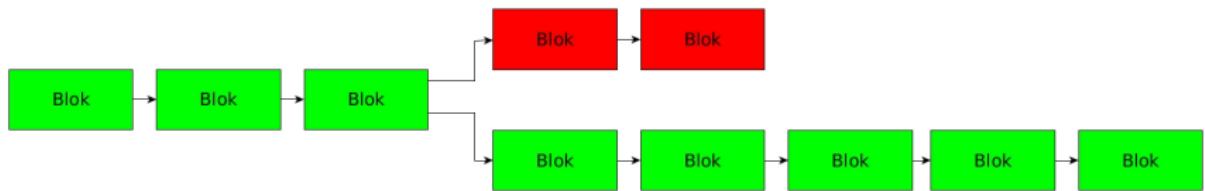
*Orphan Blocks, Soft Forking*





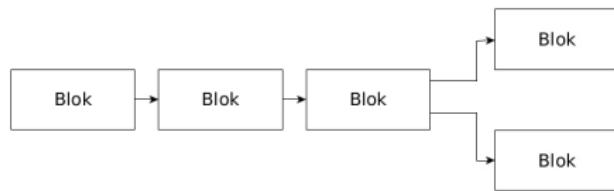
# Problemi

*Orphan Blocks, Soft Forking*



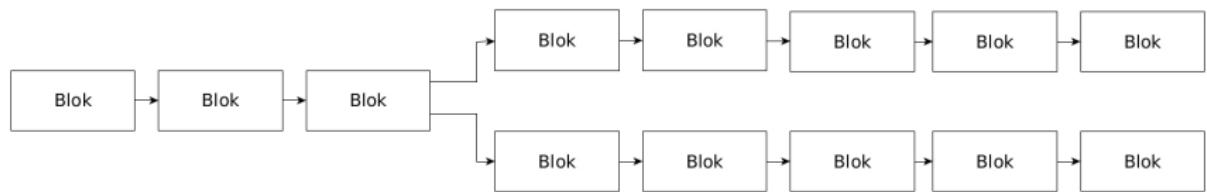
# Problemi

## Hard Forking



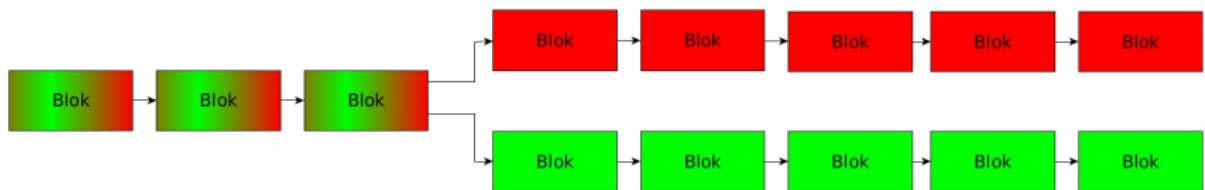
# Problemi

## Hard Forking



# Problemi

## Hard Forking



# Napadi

51% Attack



## *51% Attack - Opis*

**Jednointeresni** entitet kontroliše **više od 50%** kolektivne moći heširanja mreže.

# Napadi

51% Attack



## 51% Attack - Opis

**Jednointeresni** entitet kontroliše **više od 50%** kolektivne moći heširanja mreže.

## 51% Attack - Posledice

- ✚ Kontrola nad svim budućim transakcijama
- ✚ Mogućnost prepisivanja proteklih transakcija (što stariji blok, to teže)

# Napadi

51% Attack



## *51% Attack - Opis*

**Jednointeresni entitet** kontroliše **više od 50%** kolektivne moći heširanja mreže.

## *51% Attack - Posledice*

- ✚ Kontrola nad svim budućim transakcijama
- ✚ Mogućnost prepisivanja proteklih transakcija (što stariji blok, to teže)

## *51% Attack - Zaštita*

Princip slepog verovanja većini je rekao svoje.

# Napadi

Quantum Attack



## *Quantum Attack - Opis*

Dovoljno moćan kvantni računar koji implementira **Šorov algoritam** je napravljen.

# Napadi

## Quantum Attack



### *Quantum Attack - Opis*

Dovoljno moćan kvantni računar koji implementira **Šorov algoritam** je napravljen.

### *Quantum Attack - Posledice*

- ▶ Potpun pristup svom BTC novcu za dat javni ključ adrese (sav poslat novac)

# Napadi

## Quantum Attack



### *Quantum Attack - Zaštita*

- Korišćenje hešova dovoljno velikog izlaza. Integritet blokova ostaje netaknut (iako prepolavljen na 128 bita sigurnosti)

# Napadi

## Quantum Attack



### *Quantum Attack - Zaštita*

- ▶ Korišćenje hešova dovoljno velikog izlaza. Integritet blokova ostaje netaknut (iako prepovoljen na 128 bita sigurnosti)
- ▶ Prelazak na **kvantno sigurni public-key sistem** (NTRU) ili **jednokratne potpise zasnovane na heševima** (Lamportovi potpisi, Merelova šema potpisa) izmenom protokola

# Zaključak

Bitcoin u tri stavki



- Stvaranje i prenos vrednosti se vrši preko transakcija.

# Zaključak

Bitcoin u tri stavki



- ▶ Stvaranje i prenos vrednosti se vrši preko transakcija.
- ▶ Blokovi čine tačne transakcije validnim.

# Zaključak

Bitcoin u tri stavki



- Stvaranje i prenos vrednosti se vrši preko transakcija.
- Blokovi čine tačne transakcije validnim.
- Svako u mreži pravi, proverava i veruje u blokove iz sebičnih razloga.

# Zaključak

Bitcoin u tri stavki



- ▶ Stvaranje i prenos vrednosti se vrši preko transakcija.
- ▶ Blokovi čine tačne transakcije validnim.
- ▶ Svako u mreži pravi, proverava i veruje u blokove iz sebičnih razloga.
- ▶ **Ako su ove tri činjenice tačne, sve radi :)**



# Reference i kontakt



*Andreas M. Antonopoulos, Mastering Bitcoin*



*Satoshi Nakamoto, Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic  
Cash System*



*Oded Goldreich, Silvio Micali and Avi Wigderson,  
Proofs that Yield Nothing But their Validity or All  
Languages in NP have Zero-Knowledge Proofs*

## Kontakt autora:

*scrnojevic@protonmail.ch*

*LinkedIn*