

3D grafika

Marko Stanojević

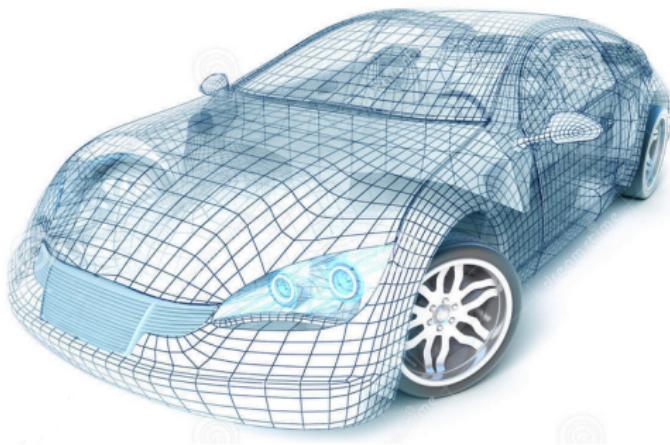
Matematička gimnazija
NEDELJA⁴INFORMATIKE

30. mart 2018.

Namena 3D grafike



- ▶ Prikazivanje 3D objekata na 2D ekranu računara



Paradigme



- ▶ Mnoštvo različitih spregnutih kriterijuma
 - ▶ prostor – vreme
 - ▶ lepota/realnost – efikasnost
- ▶ Mora se napraviti kompromis
- ▶ Različite složenosti 3D modela za isti objekat/pojavu
 - ▶ Stvar dogovora koliko ćemo ići u detalje
 - ▶ Mora se misliti i na cenu i snagu hardvera



Koraci u rendering-u

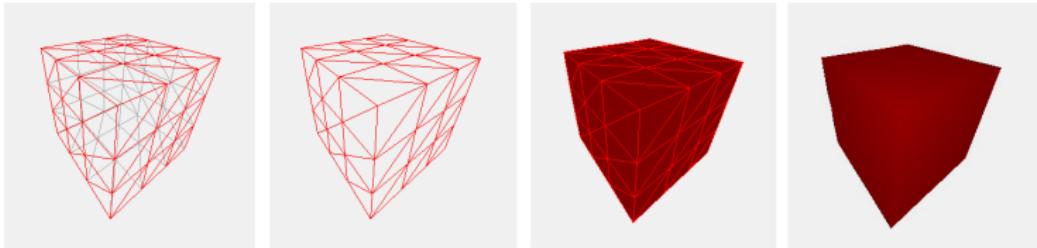


- ▶ Potrebno je nekako prikazati 3D objekte na 2D ekranu
- ▶ To se realizuje kroz sledeće korake:
 - ▶ matematičko modelovanje objekata
 - ▶ prelazak u svetski koordinatni sistem
 - ▶ prelazak u koordinatni sistem posmatrača
 - ▶ rasterizacija

Matematičko modelovanje objekata



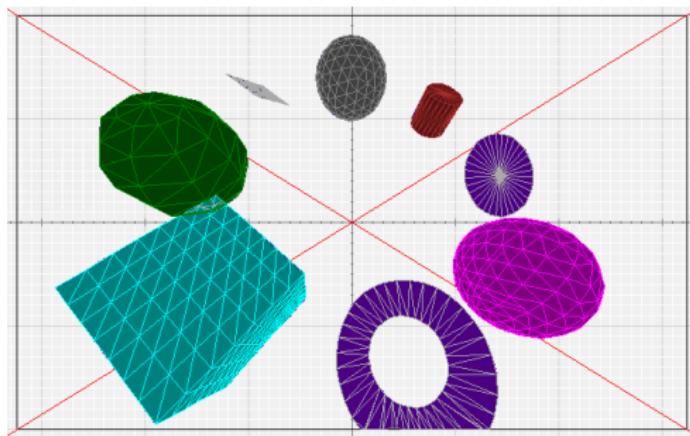
- Više opcija
 - point cloud
 - trouglovi
 - Bezier curves



Teselacija



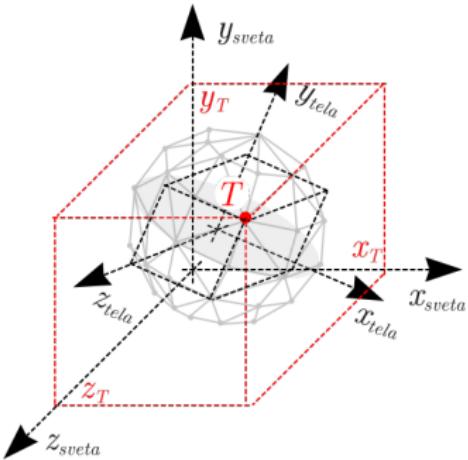
- ▶ Kriterijumi za izbor veličine i oblika trouglova
 - ▶ da li će biti mnogo skaliranja
 - ▶ da li su predmeti mnogo daleko
 - ▶ da li je kretanje po sceni mnogo brzo
 - ▶ da li su fizički modeli u pitanju



Prelazak u drugi koordinatni sistem



- Mali podsetnik iz linearne – drugi koordinatni sistem treba da se izrazi pomoću prvog
- Matrice prelaska – jer predstavljamo temena trouglova preko vektora
- Vrlo lepo i intuitivno za obradu



Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ u cilju jednostavnije obrade, vektorima tela dodamo još jednu koordinatu
- ▶ time ih prebacimo u 4D homogeni koordinatni sistem

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ 4D transformaciona matrica rotacije oko x -ose

$$\mathbf{R}_x(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & -\sin t & 0 \\ 0 & \sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ 4D transformaciona matrica rotacije oko y -ose

$$\mathbf{R}_y(t) = \begin{bmatrix} \cos t & 0 & \sin t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin t & 0 & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ 4D transformaciona matrica rotacije oko z -ose

$$\mathbf{R}_z(t) = \begin{bmatrix} \cos t & -\sin t & 0 & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ 4D transformaciona matrica skaliranja

$$\mathbf{S}(k_x, k_y, k_z) = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ 4D transformaciona matrica translacije

$$\mathbf{T}(l_x, l_y, l_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_x \\ 0 & 1 & 0 & l_y \\ 0 & 0 & 1 & l_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ 4D transformaciona matrica za projekciju na XY -ravan

$$\mathbf{P}_{XY}(d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix}$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem



- ▶ 4D matricom mogu da se izvrši istovremeno:
 - ▶ kretanje u prostoru
 - ▶ translacija
 - ▶ rotacija po više osa
 - ▶ skaliranje
 - ▶ smicanje

$$\mathbf{R}(t_x, t_y, t_z) = \mathbf{R}_z(t_z) \cdot \mathbf{R}_y(t_y) \cdot \mathbf{R}_x(t_x)$$

Primer istovremenih 4D transformacija (1/3)



ПРИМЕР 1. Имамо вектор

$$\vec{u} = [2 \ 3 \ 4]^T$$

Речимо да желимо да прво ротирамо вектор око x -осе за угао $\alpha = \pi/2$ (математички смер), да би га потом скалирали $5\times$ у односу на x -осу, и трансформирали за 5 јединица у негативном смеру паралелно x -оси. Како то извести?

→ Прво трансформишимо вектор у хомогене координате:

$$\vec{u}_0 = [2 \ 3 \ 4 \ 1]^T \quad (20)$$

→ Затим га помножимо са леве стране са матрицом ротације:

$$\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi/2) & -\sin(\pi/2) & 0 \\ 0 & \sin(\pi/2) & \cos(\pi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Primer istovremenih 4D transformacija (2/3)



→ Потом га скалирамо:

$$\vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi/2) & -\sin(\pi/2) & 0 \\ 0 & \sin(\pi/2) & \cos(\pi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

→ Након тога га транслирамо:

$$\vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi/2) & -\sin(\pi/2) & 0 \\ 0 & \sin(\pi/2) & \cos(\pi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Primer istovremenih 4D transformacija (3/3)



→ Сада објединимо све матрице у једну помоћу матричног множења:

$$\vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

→ Потом помнојсимо вектор са обједињеном матрицом:

$$\vec{u}_3 = [5 \ -4 \ 3 \ 1]^T \quad (25)$$

→ И коначно вратимо вектор из хомогеног у Декартов координатни систем:

$$\vec{u}_4 = [5 \ -4 \ 3]^T \quad (26)$$

Prelazak u drugi koordinatni sistem

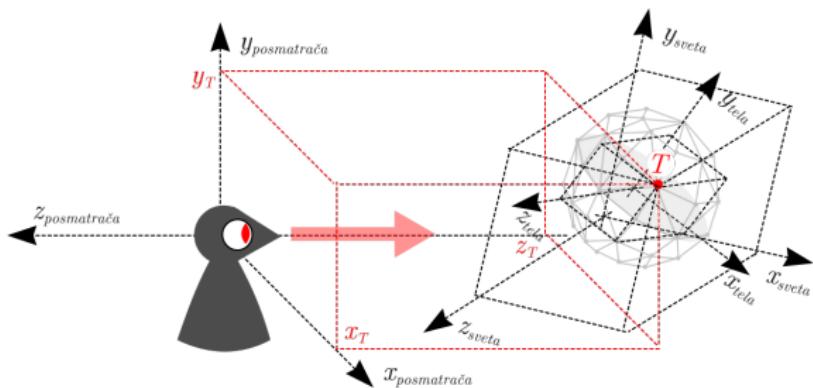


- ▶ Moguće su i druge matrice, ali bi bile drugačije za svaku tačku (npr. matrica prelaska u ravan bi bila različita za svaki trougao i svako teme trougla)
 - ▶ ako je matrica ista, onda se samo prosledi GPU da je pomnoži sa svim trouglovima
 - ▶ inače GPU prosleđujemo funkciju, a to usporava obradu

Samo je jedan svet...

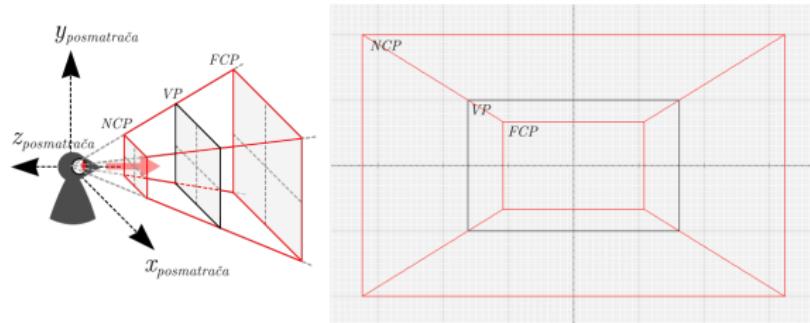


- ▶ Sve trouglove objekata treba prebaciti u jedan, svetski koordinatni sistem
- ▶ Nakon toga, treba preći u koordinatni sistem izabranog posmatrača



...ali je posmatrača više

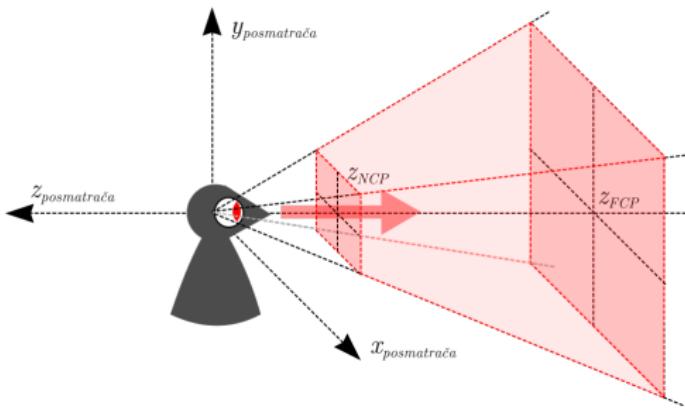
- ▶ Posmatrač je tačka ispred monitora, uobičajeno na normali iz centra ekrana, koji gleda ka monitoru sa neke udaljenosti (podešavanjem FOV-a)
- ▶ Može istovremeno da bude više posmatrača
 - ▶ zgodno ako se nešto modeluje da se posmatra iz više uglova istovremeno





Polje vida

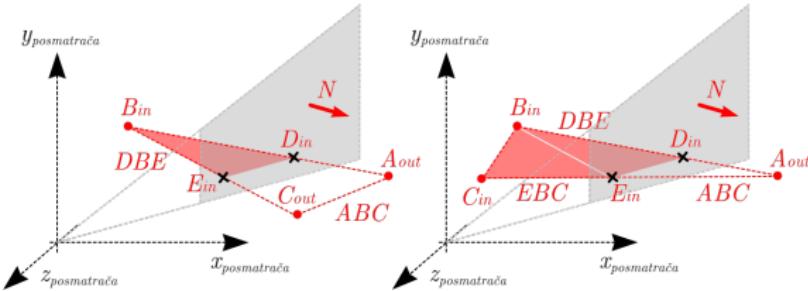
- ▶ Zamislimo da je monitor prozor u svet, a da je posmatrač tačka u 3D prostoru
- ▶ Posmatrač ne vidi beskonačno daleko, ali ni bliže od udaljenosti oka (ne vidimo unutrašnjost oka)
- ▶ Pogled je ograničen i sa strana
 - ▶ vidimo zarubljenu piramidu (viewing frustum)



Polje vida



- ▶ Trouglove koji su u celini izvan piramide treba odbaciti
- ▶ Trouglove koji su samo delimično unutar piramide treba iseći na delove koji pripadaju piramidi, a ostatak odbaciti
 - ▶ trougao može da bude isečen više puta od strane 6 ravni koje formiraju polje vida
 - ▶ bitno je samo da je ostatak u unutrašnjosti ili na granici piramide



Polje vida



- ▶ Računanje tačke preseka duži i ravni
 - ▶ za svaku ravan zasebna obrada

Тачка пресека дужи троугла и равни се рачуна по формулама:

$$\vec{v}_p = \vec{v}_1 + \frac{(\vec{L} - \vec{v}_1) \cdot \vec{N}}{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \cdot \vec{N}} \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

где су:

\vec{v}_1 и \vec{v}_2 – вектори крајњих тачака дужи,

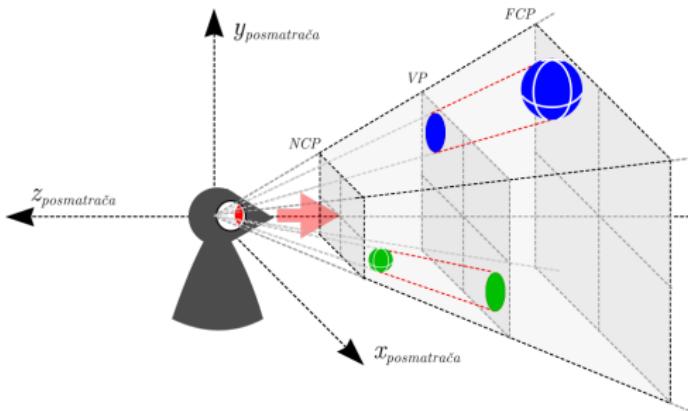
\vec{L} – вектор произвољне тачке у равни,

\vec{N} – вектор нормале на раван.



The great flattening

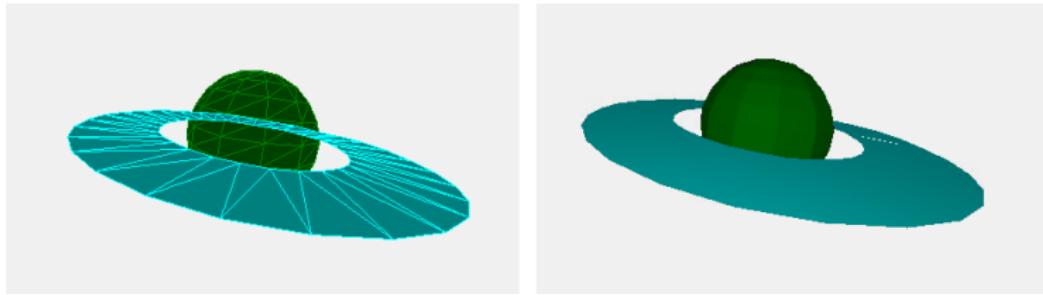
- ▶ Trouglove iz vidnog polja posmatrača treba projektovati u ravan ekrana, da bi ih prikazali pikselima monitora
- ▶ Matematički, da smo spljoštili sve trouglove u ravan ekrana, ne bi znali koji trougao da prvi iscrtamo
- ▶ Nije svejedno koji se trouglovi prvi iscrtavaju



Rasterizacija

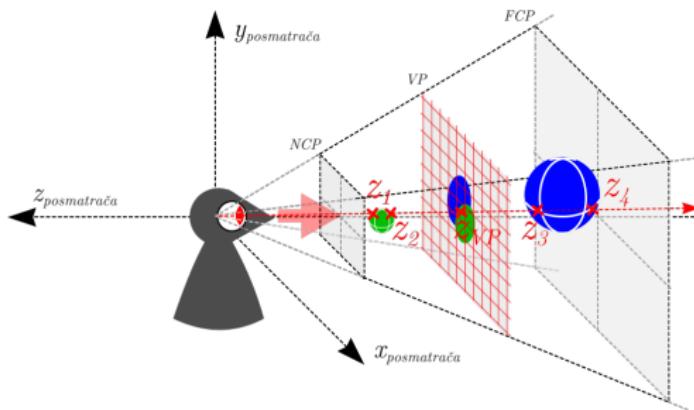


- ▶ Painter's algorithm
 - ▶ nije baš najbolji osim za jednostavne modele
 - ▶ radi dobro ako je jasno koje telo je bliže posmatraču
 - ▶ ograničene primene



Rasterizacija

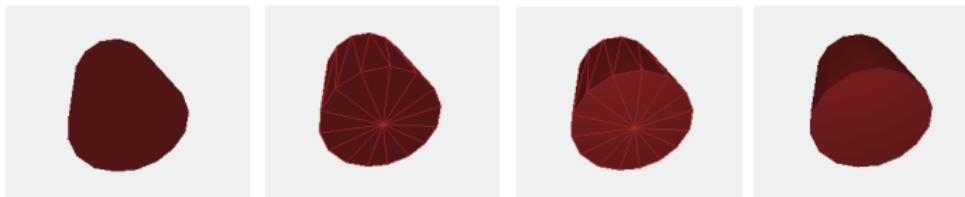
- Z-buffer, log-Z buffer
 - ispaljujemo zrake iz oka posmatrača u svaki piksel ekrana
 - pamtimo boju najbližeg tela kojeg pogodimo zrakom
 - kroz svaki piksel po jedan ili više zraka
 - ovde treba shading
 - ne rešavaju sve probleme - transparency



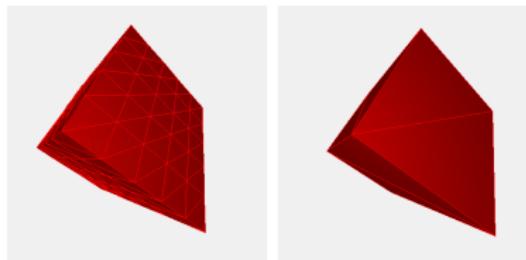
Rasterizacija



- Bez sencenja nam svet izgleda nerealno
- Fixed shading



- Flat shading



- Phong shading

Mapiranje



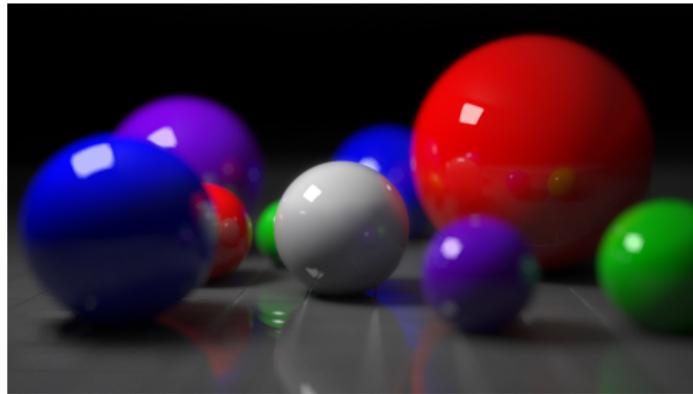
- ▶ bump mapping
- ▶ texture mapping



Svetlost



- ▶ Rendering equation
- ▶ Realno osvetljenje teško postići perfektno bez smanjenja performansi
 - ▶ vokselizacija
- ▶ Zavisno od primene postoji više rešenja rendering jednačine



Svetlost



► Ray tracing

- ispaljujemo zrake iz oka posmatrača u svet
- dozvoljena su odbijanja zraka o predmete
- ray tracing može da reši:
 - senčenje, osvetljenje od netačkastog izvora
 - refleksiju, transparentnost, mat i upijajuće površine
 - uske proreze, caustics



Optimizacije i doterivanje



- ▶ Razne približne metode
 - ▶ fast inverse square root method
- ▶ Double + triple buffering
- ▶ Anti-aliasing
 - ▶ FXAA
 - ▶ DSR scaling
 - ▶ Subpixel (font smoothing)

