Teorija automata

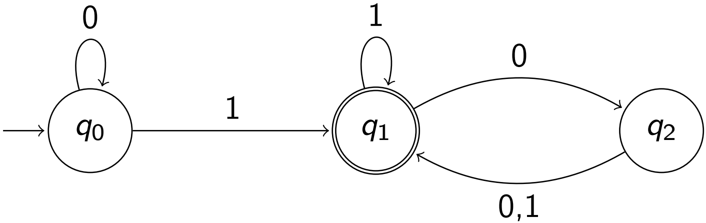
Milica Maksimović

Prirodno-matematički fakultet
Univerzitet u Novom Sadu

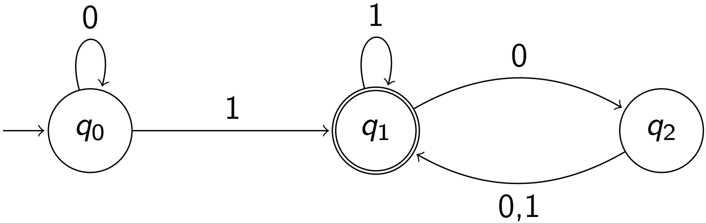
13. maj 2024.

Motivacija

Uvodni pojmovi



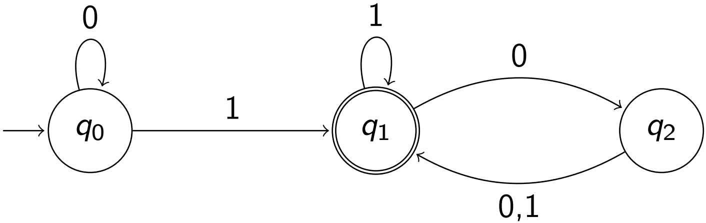
Slika 1: Uvodni primer determinističkog konačnog automata - DKA



Slika 1: Uvodni primer determinističkog konačnog automata - DKA

Uvodni pojmovi:

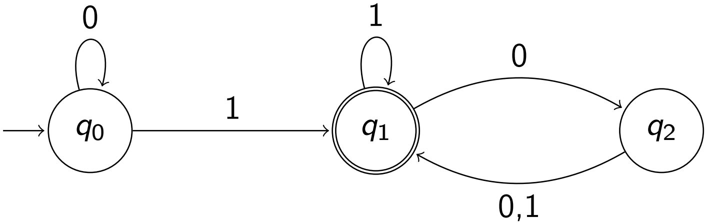
- stanje



Slika 1: Uvodni primer determinističkog konačnog automata - DKA

Uvodni pojmovi:

- stanje
- azbuka



Slika 1: Uvodni primer determinističkog konačnog automata - DKA

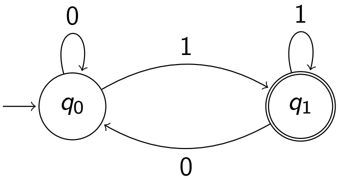
Uvodni pojmovi:

- stanje
- azbuka
- reč

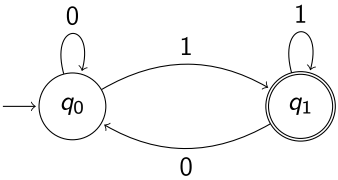
Definicija

Konačan automat je uređena petorka $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, gde

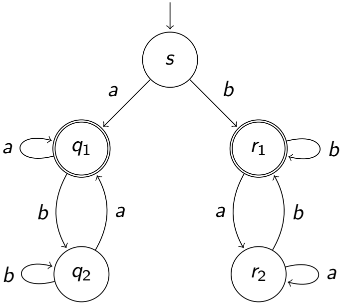
1. Q predstavlja konačan skup stanja,
2. Σ predstavlja konačan skup koji zovemo azbuka,
3. $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ predstavlja funkciju prelaska,
4. $q_0 \in Q$ predstavlja početno stanje,
5. $F \subseteq Q$ predstavlja skup završnih stanja.



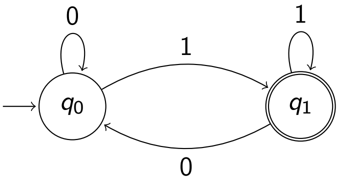
Slika 2: DKA pr. 1



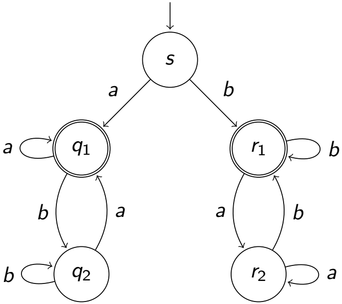
Slika 2: DKA pr. 1



Slika 3: DKA pr. 2



Slika 2: DKA pr. 1



Slika 3: DKA pr. 2

Definicija

Jezik je regularan ako ga prepoznaje neki deterministički konačan automat.

Problem

Ispitati da li su sledeći jezici nad azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ regularni:

1. $L = \{w|$ dužina w je tačno $2\}$;

Problem

Ispitati da li su sledeći jezici nad azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ regularni:

1. $L = \{w |$ dužina w je tačno $2\}$;
2. $L = \{w |$ na svakoj neparnoj poziciji u reči w nalazi se $1\}$.

Problem

Ispitati da li su sledeći jezici nad azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ regularni:

1. $L = \{w |$ dužina w je tačno $2\}$;
2. $L = \{w |$ na svakoj neparnoj poziciji u reči w nalazi se $1\}$.

Problem

Konstruisati DKA sa azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ koji prepoznaje jezik L:

1. $L = \varnothing$;

Problem

Ispitati da li su sledeći jezici nad azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ regularni:

1. $L = \{w|$ dužina w je tačno $2\}$;
2. $L = \{w|$ na svakoj neparnoj poziciji u reči w nalazi se $1\}$.

Problem

Konstruisati DKA sa azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ koji prepoznaje jezik L:

1. $L = \varnothing$;
2. $L = \{\varepsilon\}$;

Problem

Ispitati da li su sledeći jezici nad azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ regularni:

1. $L = \{w |$ dužina w je tačno $2\}$;
2. $L = \{w |$ na svakoj neparnoj poziciji u reči w nalazi se $1\}$.

Problem

Konstruisati DKA sa azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ koji prepoznaje jezik L:

1. $L = \emptyset$;
2. $L = \{\varepsilon\}$;
3. $L = \Sigma^*$.

Regularne operacije

- Unija: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ili } x \in B\}$

Regularne operacije

- Unija: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ili } x \in B\}$
- Konkatenacija: $A \circ B = \{xy | x \in A \text{ i } y \in B\}$

Regularne operacije

- Unija: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ili } x \in B\}$
- Konkatenacija: $A \circ B = \{xy | x \in A \text{ i } y \in B\}$
- Zvezda: $A^* = \{x_1 \dots x_k \mid k \geq 0 \text{ i svako } x_i \in A\}$

- Unija: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ili } x \in B\}$
- Konkatenacija: $A \circ B = \{xy | x \in A \text{ i } y \in B\}$
- Zvezda: $A^* = \{x_1 \dots x_k \mid k \geq 0 \text{ i svako } x_i \in A\}$

Definicija

Ako je klasa regularnih jezika zatvorena u odnosu na neku operaciju kažemo da je ta operacija regularna.

Regularne operacije

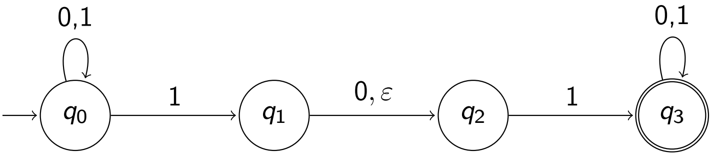
- Unija: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ili } x \in B\}$
- Konkatenacija: $A \circ B = \{xy | x \in A \text{ i } y \in B\}$
- Zvezda: $A^* = \{x_1 \dots x_k \mid k \geq 0 \text{ i svako } x_i \in A\}$

Definicija

Ako je klasa regularnih jezika zatvorena u odnosu na neku operaciju kažemo da je ta operacija regularna.

Teorema

Operacije unija, konkatenacija i zvezda su zatvorene u odnosu na klasu regularnih jezika.



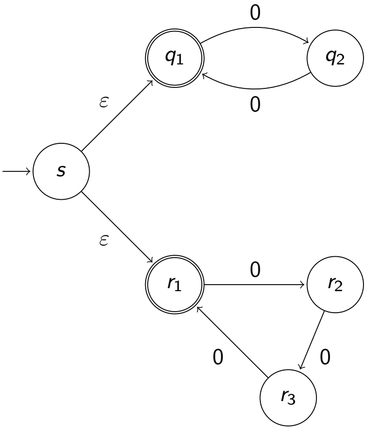
Slika 4: (c)

Slika 5: Uvodni primer nedeterminističkog konačnog automata - NKA

Definicija

Konačan automat je uređena petorka $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, gde

1. Q predstavlja konačan skup stanja,
2. Σ predstavlja konačan skup koji zovemo azbuka,
3. $\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ predstavlja funkciju prelaska,
4. $q_0 \in Q$ predstavlja početno stanje,
5. $F \subseteq Q$ predstavlja skup završnih stanja.



Slika 6: NKA pr. 1

Problem

Konstruisati NKA sa azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ koji prepoznaje jezik L:

1. $L = \{01, 111, 1\}$;

Problem

Konstruisati NKA sa azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$ koji prepoznaje jezik L:

1. $L = \{01, 111, 1\}$;
2. $L = \{0^i 1^j 0^k | i \geq 0, j \geq 0, k \geq 1\}$.

DKA vs. NKA

Definicija

Dva automata su ekvivalentna ako prepoznaju isti jezik.

DKA vs. NKA

Definicija

Dva automata su ekvivalentna ako prepoznaju isti jezik.

Teorema

Za svaki nedeterministički konačni automat postoji njemu ekvivalentan deterministički konačni automat.

Definicija

Dva automata su ekvivalentna ako prepoznaju isti jezik.

Teorema

Za svaki nedeterministički konačni automat postoji njemu ekvivalentan deterministički konačni automat.

Posledica

Jezik je regularan ako i samo ako ga prepoznaje neki nedeterministički konačni automat.

Definicija

Kažemo da je R regularni izraz ako je R:

1. a, za neki simbol $a \in \Sigma$,
2. ε,
3. $\emptyset$,
4. $(R_1 \cup R_2)$, gde su R_1 i R_2 regularni izrazi,
5. $(R_1 \circ R_2)$, gde su R_1 i R_2 regularni izrazi,
6. (R_1^*), gde je R_1 regularni izraz.

- Prioritet: $*, \circ, \cup$

Hvala na pažnji!

Pitanja?